Mesure floue de la pauvreté : proposition d'une nouvelle procédure de pondération des indicateurs de privation

BETTAHAR Samir

Faculté des Sciences Economiques et de gestion

Université Abou bekr Belkai

sambetta@yahoo.fr

Résumé :

Si, depuis quelques années, l'handicap de disponibilité des données ne se pose plus pour les chercheurs, le défi de l'agrégation des informations relatives aux différentes dimensions de la pauvreté pour produire une mesure globale de celle-ci se pose avec acuité. Force est de constater, en effet, que plusieurs méthodologies sont possibles donnant lieu à des résultats divergents.

D'une manière générale, le chercheur est confronté à deux difficultés particulières. La première concerne les indicateurs de privation à privilégier. La seconde concerne les poids qu'il faut leur attribuer. Si ces deux difficultés sont surmontées, l'agrégation des différents indicateurs en un indice synthétique est possible. Seule ce dernier est signifiant car les indicateurs de base n'ont pas de sens individuellement.

Nous nous intéressons dans ce papier au système poids à attribuer aux indicateurs de privation et proposons une nouvelle procédure de pondération. Cette procédure part du principe de la proposition de Cerioli et Zani (1990) pour lesquels un attribut aura un poids plus important quand beaucoup de ménages le posséderont, alors que la privation de cet attribut pour un ménage ou une personne signifiera que ce ménage ou cette personne est plus pauvre, au moins dans cet attribut. D'un autre coté, il s'agit d'une procédure permettant de traiter de la corrélation entre les indicateurs d'une manière autre que celle présentée par Vero et Werquin (1997) et reprise par Vero (2002).

Môts clés : Pauvreté - ensembles flous – Indicateurs – Agrégation - Pondération

Abstract

If, for some years, the disability data availability does not arise for researchers, the challenge of aggregating information about different dimensions of poverty to produce an overall measure of it is acute. It is clear, in fact, that several methodologies are possible giving rise to divergent results. Generally, the researcher faces two difficulties. The first one concerns the indicators of deprivation to be favored. The second concerns the weight to be assigned. If these difficulties are overcome, the aggregation of different indicators into a composite index is possible. Only the latter is significant because the basic indicators have no meaning individually.

We focus in this paper system to assign weights to the indicators of deprivation and propose a new weighting procedure. This procedure assumes the proposal of Cerioli and Zani (1990) for which an attribute has more weight when many of the households possess, while the deprivation of this attribute for a household or a person or household will mean that this person is poorer, at least in this attribute. On the other hand, this procedure address the correlation between indicators in a manner other than that presented by Vero and Werquin (1997) and Vero (2002).

Keywords: Poverty - fuzzy sets - Indicators - Aggregation – Weighting

1. Introduction

La pauvreté, en tant que phénomène économique, est devenue au fil des temps un domaine d'application fort intéressant de la théorie des ensembles flous ; en témoigne le foisonnement de travaux sur cette question. En effet, fort est de constater l'existence d'un consensus sur le fait que la pauvreté soit un phénomène vague et imprécis et la théorie des ensembles flous se trouve être un outil fort intéressant pour la mesurer.

Le mérite revient sans doute à Cerioli et Zani (1990) qui, au début des années 1990, ont donné naissance à un cadre théorique spécifique pour la pauvreté. En effet, dans leur travaux, Cerioli et Zani (1990) proposent une méthode statistique pour mesurer la pauvreté qui tient compte de sa nature multidimensionnelle et basée sur la théorie des ensembles flous, avec une application aux conditions d'existence dans la province de Parme (Italie). Depuis cette époque, plusieurs autres travaux ont été effectuées (Cheli et Lemmi, 1995, Chiappero Martinetti, 1994, 1996 et 2000, Betti et Verma, 1999), avec des applications à certains pays tels que l'Italie (Dagum et *al.*, 1992, Betti et Cheli, 2000, Betti et *al.*, 2008), la Pologne (Cheli et al., 1994), la

Grande-Bretagne (Betti et Cheli, 2001), la Suisse (Miceli, 1998), l'Afrique du sud (Ngwane et *al.*, 2001) ou l'Algérie (Benhabib et *al.*,2007).

L'identification de la population plus ou moins pauvre dans un cadre multidimensionnel fondée sur la théorie des ensembles flous suppose de procéder en deux étapes distinctes. La première consiste à qualifier le degré d'appartenance au sous-ensemble des pauvres en regard d'un indicateur de bien-être particulier. Il va sans dire que la même opération doit s'effectuer pour tout indicateur de bien-être sélectionné. Cette façon de procéder permet de caractériser les individus sous les divers angles de la pauvreté. La seconde étape s'intéresse à l'agrégation, pour chaque individu, de l'ensemble des degrés d'appartenance calculé sur chaque aspect de la pauvreté. Cette opération est soldée par la détermination d'une fonction d'appartenance globale au sous-ensemble flou des pauvres.

Notre travail s'intéresse à la procédure d'agrégation et plus précisément au système poids à attribuer aux indicateurs de privation dont la sélection, comme pour les fonctions d'appartenance, dépend essentiellement du contexte de l'analyse et du jugement du chercheur. En fait, le choix d'un système approprié de poids constitue une étape fondamentale dans la détermination d'un indice flou de pauvreté.

2. Principales notions relatives aux ensembles flous

2.1 Définition d'un sous-ensemble flous des pauvres

Considérons N, l'ensemble de la population composée de *n* individus, et *P*, un sous-ensemble flou de N défini à partir du couple :

$$P = \left\{ i,\ \gamma_p(i) \right\}; \qquad (i=1,2,\ldots n)$$

(2.1)

Où : $i = 1,...,n$ et $\gamma_p(i)$ représente le degré d'appartenance chaque individu *i* au sous-ensemble flou des pauvres de la population. Trois possibilités sont à envisager :

$$\begin{cases} \gamma_p(i) = 0, \text{ si l'individu } i \text{ n'appartient absolument pas à l'ensemble des individus pauvres;} \\ 0 < \gamma_p(i) < 1, \text{ si l'individu } i \text{ n'appartient que partiellement à l'ensemble des individus pauvres;} \\ \gamma_p(i) = 1, \text{ si l'individu } i \text{ appartient totalement à l'ensemble des individus pauvres.} \end{cases}$$

(2.2)

Ainsi, l'originalité du concept de sous-ensemble flou est qu'il soit une généralisation du concept de sous-ensemble classique puisque la fonction d'appartenance non seulement inclut ou exclu à ses extrémités, tout élément *x* au sous-ensemble *P*, mais aussi entre les valeurs extrêmes le degré d'appartenance varie à proportion de la proximité à l'ensemble. Autrement dit, à la différence de la théorie des sous-ensembles classiques selon laquelle un élément appartient ou n'appartient pas à un ensemble donnée, la théorie des sous-ensembles flous postule au contraire qu'un élément peut appartenir avec des gradations diverses au sous-ensemble flou.

2.2. Fonctions d'appartenance aux sous-ensembles flous des pauvres

La prise en compte du caractère multidimensionnel de la pauvreté amène à procéder au choix des indicateurs de privation pertinents pour l'analyse. Il s'agit d'évaluer le degré d'appartenance de chaque individu ou ménage au sous-ensemble flou des pauvres à partir de ces indicateurs qui sont formés aussi bien de variables quantitatives que de variables qualitatives. Chaque variable est reliée à un aspect particulier de la pauvreté, traduisant une privation par rapport à un bien ou une activité. La difficulté est alors de définir la fonction d'appartenance la plus appropriée, compte tenu de l'indicateur de privation choisi, parmi les fonctions d'appartenance possibles. Il s'agit là d'un premier domaine d'importance dans l'identification des personnes au sous-ensemble flou des pauvres.

Deux catégories d'indicateurs de privation peuvent être considérées : les indicateurs continues qui sont des indicateurs quantitatives et les indicateurs discrets (polytomiques ou dichotomiques). Pour chacune des deux catégories d'indicateur une fonction d'appartenance peut-être ainsi spécifiée.

2.3. Agrégation des sous-ensembles flous

Pour l'agrégation, il s'agit à présent de trouver le moyen de réduire à une seule dimension les degrés d'appartenance obtenus selon les différents indicateurs de manière à déterminer le degré d'appartenance $\gamma_p(i)$ de chaque individu *i* au sous-ensemble flou global *P* des pauvres. Ceci permet de passer d'une vision parcellaire de la pauvreté à une vision totale de celle-ci.

Il est en générale possible de définir une opération d'agrégation par une fonction : $h:[0;\ 1]^k \to [0;\ 1]$, pour *K*≥2 (Chiappero-Martinetti, 1994). En d'autres termes, si on pose *K* ensembles flous $\Xi_1, \Xi_2, ..., \Xi_k$ défini sur l'ensemble N des individus et la fonction *h* intervenant sur les degrés d'appartenance $\gamma_p(i)$ de chaque individu *i* appartenant à N, selon chaque indicateur de bien-être, alors on détermine un nouvel ensemble *P*, dont les degrés d'appartenance sont donnés par :

$$\gamma_p(i) = h(\gamma_{\Xi 1}(i),\ \gamma_{\Xi 2}(i), ..., \gamma_{\Xi k}(i))$$

(2.3)

Il reste à savoir maintenant comment définir la fonction *h*. Plusieurs manières sont proposées.

L'une des solutions est celle proposée Cerioli et Zani (1990). Ces derniers définissent le degré d'appartenance de chaque individu *i* au sous-ensemble flou des pauvres comme une moyenne arithmétique des degrés d'appartenance à l'ensemble des pauvres, selon chacun des indicateurs de privation.

$$\gamma_p(i) = \sum_{j=1}^{k} \omega_j (\gamma_{\Xi j}(i))$$

(2.4)

La caractéristique principale de cette procédure d'agrégation c'est le système de poids dont la sélection, comme pour les fonctions d'appartenance, dépend essentiellement du contexte de l'analyse et du jugement du chercheur. En fait, le choix d'un système approprié de poids constitue une étape fondamentale dans la détermination d'un indice flou de pauvreté.

Cerioli et Zani (1990) suggèrent le système de poids suivant :

$$\omega_j = \ln(1/\overline{\gamma}_{\Xi j}) / \sum_{j=1}^{k} \ln(1/\overline{\gamma}_{\Xi j})$$

(2.5)

où $\overline{\gamma}_{\Xi j} = (1/n)\sum_{j=1}^{k} \gamma_{\Xi j}(i)$ représente la proportion floue de ménages pauvres selon l'indicateur de pauvreté φ_j. Dans cette spécification, le choix du logarithme est tout à fait justifié car on accorde plus d'importance à des indicateurs de pauvreté traduisant des symptômes de pauvreté moins fréquents.

Avec cette spécification, Cerioli et Zani (1990) accordent un poids différent à chaque indicateur de pauvreté. Les poids déterminent la valeur respective des différents attributs pris en considération, c'est à dire l'intensité avec laquelle les variables choisies contribuent à la pauvreté. Ainsi, plus un bien est diffusé, plus la privation est considérée comme importante. Le fait d'affecter un poids différent peut être qualifié comme très judicieux. En effet, comme le reconnaît Beitz (1986), les attributs ne sont pas sur le même pied. A souligner qu'en réalité le système de pondération de Cerioli et Zani (1990) correspond à une situation de pauvreté relative, c'est à dire qui vise à laisser parler les données en adoptant une pondération basée sur la fréquence. Avec une telle spécification, on accorde plus de poids aux indicateurs de pauvreté très diffusés dans la société. Ainsi, les individus ou ménages sont d'autant plus pauvres qu'ils ne se conforment pas au style de vie habituel dans la société où ils vivent.

De façon similaire, Cheli et Lemmi (1995) proposent une spécification qui se définie de la manière suivante :

$$\omega_j = \ln(1/n\sum_{j=1}^{k} \gamma_{\Xi j})$$

(2.6)

Cette expression coïncide avec celle de Cerioli et Zani (1990) dans le cas des variables dichotomiques.

2.4. Construction d'un indice général flou de pauvreté

Si on procède à l'agrégation des différentes mesures, on peut construire un indice de pauvreté pour l'ensemble des ménages. A cet effet, Cerioli et Zani (1990) proposent de définir cet indice comme la moyenne arithmétique des fonctions d'appartenance des ménages :

$$P = 1/n\sum_{i=1}^{n} \gamma_{\Xi j}(i) \text{ avec } P \in [0;\ 1]$$

(2.7)

Le paramètre *P* représente la proportion des ménages appartenant au sous-ensemble flou des ménages. La proportion *P* ne sera nulle que si et seulement si $\gamma_{\Xi j}(i) = 0$ pour tous les ménages, c'est-à-dire dans le cas d'une absence complète de pauvreté, quel que soit l'indicateur de privation considéré. Le paramètre P ne sera égal à 1 que si et seulement si $\gamma_{\Xi j}(i) = 1$ pour tous les ménages, c'est-à-dire dans des conditions d'extrêmes difficultés pour tous les ménages et selon tous les indicateurs de privation. Cependant, le plus fréquent est que $0<P<1$, la fonction P étant monotone croissante par rapport au degré de pauvreté de chaque ménage. Cela veut dire que lorsque qu'il y a détérioration des conditions de vie d'un individu ou d'un ménage appartenant à l'ensemble flou des pauvres, P augmente. Il faut souligner que l'indice P possède deux propriétés intéressantes. La première est qu'il est considéré comme une généralisation du «Headcount ratio» (dans le cas où on se limite à un seul indicateur de privation, donné par le revenu) ou selon Cerioli et Zani (1990) comme une généralisation d'autres indices de pauvreté. La seconde propriété est que P possède la propriété de décomposabilité et appartient à la classe des indices de pauvreté additivement décomposables, pouvant se mettre sous une forme similaire à celle donnée par Chakravarty (1983), Foster, Greer et Thorbeck (1984) et Foster et Shorroks (1991).

3. Reconsidérations théoriques et proposition d'une nouvelle procédure de pondération

La principale conclusion à tirer des développements précédents est qu'il existe un large accord que la pauvreté est un phénomène multidimensionnel, faisant intervenir plusieurs handicaps pas seulement monétaires. Compte tenu de la disponibilité, depuis le début des années 90, des données sur les attributs autres que le revenu, l'approche multidimensionnelle devient ainsi plus que jamais pertinente pour appréhender ce phénomène et permettre de mettre au point des politiques de lutte plus "efficientes".

Si, depuis quelques années, l'handicap de disponibilité des données ne se pose plus pour les chercheurs, le défi de l'agrégation des informations relatives aux différentes dimensions de la pauvreté pour produire une mesure globale de celle-ci se pose avec acuité. Force est de constater, en effet, que plusieurs méthodologies sont possibles donnant lieu à des résultats divergents. Ainsi, aucun consensus n'est établi sur une démarche particulière à suivre. Il faut noter seulement que l'approche à privilégier dépendra en grande partie du contexte et des contraintes de l'étude.

D'une manière générale, le chercheur est confronté à deux difficultés particulières. La première concerne les indicateurs de privation à privilégier. La seconde concerne les poids qu'il faut leur attribuer. Si ces deux difficultés sont surmontées, l'agrégation des différents indicateurs en un indice synthétique est possible. Seul ce dernier est signifiant car les indicateurs de base n'ont pas de sens individuellement.

Dans ce travail nous nous intéressons uniquement aux poids à attribuer aux indicateurs de privation.

3.1. Pondération des indicateurs de privation

La pondération des différents indicateurs de privation est un exercice très délicat car il est extrêmement difficile de trouver des critères objectifs permettant d'attribuer un poids aux indicateurs de privation choisis. Cela suppose de répondre aux questions suivantes. Faut-il attribuer le même poids à tous les critères pour construire l'indice de pauvreté ou faut-il leur attribuer des poids différents, et si oui, comment? Ou faudrait-il tout simplement renoncer à toute pondération? C'est effectivement la solution adoptée par certaines techniques d'analyse multicritères et multidécideurs comme la méthode Electre IV. Pourtant, dans toutes les décisions, on procède sans cesse à des arbitrages. Il est dès lors primordial de définir un système de poids que l'on applique aux indicateurs de privation qui soit le moins subjectif possible.

La première possibilité est de traiter toutes les dimensions comme étant égales et donc attribuer des poids identiques à tous les indicateurs. C'est la voie retenue notamment par Townsend (1979), Mack et Lansley (1985), Mayer et Jencks (1989) dans le cadre de leurs travaux de construction de leur indice de privation multidimensionnel, bien que leurs travaux ne s'inscrivent pas dans la logique flou. Ce choix pourrait provenir selon Brandolini et D'Alessio (2001) soit d'une attitude neutre ou d'un manque d'information. Cependant une telle solution n'est guère satisfaisante et il serait plus intéressant de se tourner vers d'autres possibilités.

Une seconde possibilité serait d'utiliser certaines procédures multivariées comme l'analyse factoriel, l'analyse en composante principale ou l'analyse typologique (cluster analysis).

Une autre possibilité consisterait à adopter un système de poids basé sur un critère normatif. Avec cette spécification, on accorde plus d'importance à des distributions traduisant des symptômes de pauvreté moins fréquents (Cerioli et Zani, 1990). Un système de pauvreté de ce genre correspond à une vision de la pauvreté essentiellement définie comme une situation de privation relative. Ainsi, avec cette solution il s'agit d'affecter des poids différents aux indicateurs de privation calculés à partir d'une fonction des fréquences relatives des indicateurs. La spécification adoptée pour le poids est la suivante :

$$w_j = \log\left(\frac{1}{f(X_i)}\right) \quad (3.1)$$

où $f(X_i)$ représente la proportion floue d'individus dans la population selon l'indicateur de privation. Bien entendu il existe plusieurs spécifications alternatives possibles de systèmes de poids en conformité avec le principe de privation relative (cf. Filippone et *al*., 2001).

Vero (2002) conteste le système de pondération prôné par Cerioli et Zani (1990) en argumentant que ces deux auteurs raisonnent en termes de cumul de privations. Autrement dit, le degré d'appartenance au sous-ensemble flous est d'autant plus élevé que les handicaps s'ajoutent les un aux autres. Cette façon de procéder pose le problème de la multicolinéarité des indicateurs non monétaires et de leurs dépendances au revenu. Ainsi, des indicateurs très corrélés conduisent à une sur-représentation d'une dimension particulière dans la fonction d'appartenance agrégée. Dans le cas où deux indicateurs retenus sont parfaitement corrélés, les variables retenues couvrent le même champ et apportent la même information. Dans ce cas l'information contenue dans la deuxième variable est manifestement redondante puisque les deux variables reflètent la même dimension de la pauvreté. Ainsi, dans l'étape d'agrégation de la fonction d'appartenance, la dimension en question serait "sur-pondérée".

Pour réduire le problème de corrélation, divers solutions sont possibles.

La première solution est celle proposée par Vero et Werquin (1997) et reprise par Vero (2002). La fonction d'appartenance au sous-ensemble flou des pauvres adoptée est établie sur la base des deux principes énoncés par Cerioli et Zani (1990). Le premier se réfère au standard de vie et suppose qu'une importance plus grande soit accordée aux pratiques les plus répandues. Le second principe est fondé sur la notion de cumul de privations. Le degré d'appartenance à l'ensemble des pauvres est d'autant plus élevé que les handicaps s'ajoutent les uns aux autres. Dans leur démarche, Vero et Werquin (1997) proposent un rééquilibrage de la pondération de deux handicaps fortement corrélés ; ce qui conduit à minimiser le poids des indicateurs redondants. Leur démarche peut se résumer ainsi.

La construction de la fonction d'appartenance requiert le calcul d'une mesure d'appartenance intermédiaire au groupe des pauvres m_P(i).

$$m_p(i) = \frac{\ln(\frac{1}{f_i})}{\sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{f_i})} ; 0 < i \leq 1$$

(3.2)

où f_i représente le pourcentage d'individus ayant autant ou plus de privations que l'individu *i* sur chacun des indicateurs considérés.

Le poids associé au vecteur de dotations de l'individu i est égal à ln(1/ f_i). Plus un vecteur de biens ou de pratiques est répandu, plus, à l'inverse, le poids associé à la privation de cet ensemble de biens et de pratiques sera important. Pour obtenir la spécification de la fonction d'appartenance agrégée, il leur a suffit de centrer et normer la mesure d'appartenance intermédiaire.

$$\begin{aligned} f_p(i) &= \frac{m_p(i) - \min\left[m_p(i)\right]}{\max\left[m_p(i)\right] - \min\left[m_p(i)\right]}; \quad f_i > 0 \\ f_p(i) &= 0 \qquad ; \quad f_i = 0 \end{aligned}$$

(3.3)

Cette fonction d'appartenance prend ses valeurs dans l'intervalle [0;1]. Elle est égale à 0 pour les individus qui sont, au regard de l'ensemble de la population, dans une position telle que personne n'a un meilleur style de vie. Elle est croissante par rapport au risque de pauvreté. En conséquence, plus la fonction d'appartenance se rapproche de 1, plus le degré de pauvreté est élevé. La fonction d'appartenance accorde plus de poids à une combinaison de pratiques ou de biens très répandus qu'à une combinaison de dotations peu répandues. Cela signifie que la privation consécutive à une dotation de biens et de pratiques très diffusée aura plus d'incidence sur la valeur de la fonction d'appartenance Vero et Werquin (1997).

La deuxième solution est proposée par Betti et Verma (1990). Leur système de poids est basé sur le calcul de deux poids au lieu d'un.

Le premier poids construit pour l'indicateur *j* appartenant à la dimension *d* et noté w_{jd} est déterminé par la puissance de la variable "discriminante" parmi les individus de la population, c.-à-d., par sa dispersion. Il est proportionnel au coefficient de variation. A noter que pour de petites proportions, le poids varie inversement à la racine carré de la proportion. Ainsi les privations qui affectent seulement une petite proportion de la population, et par conséquent être probablement plus critiques, obtiennent des poids élevé; tandis que ceux qui affectent de grandes proportions, et par conséquent être probablement moins critiques, obtiennent de petits poids.

Pour réduire l'influence des variables qui sont fortement corrélées avec les autres, un second poids w'_{jd} est calculé. Celui-ci est pris comme l'inverse de la mesure moyenne de sa corrélation avec toutes les autres variables:

$$w'_{jd} = \left(\frac{1}{1 + \sum_{j'=1}^{K} \rho_{j,j'} \mid \rho_{j,j'} < \rho_H} \right) x \left(\frac{1}{\sum_{j'=1}^{K} \rho_{j,j'} \mid \rho_{j,j'} \geq \rho_H} \right)$$

(3.4)

où $\rho_{j,j'}$ représente la corrélation entre la fonction d'appartenance flou de *j* et *j'*. Une telle construction de ce composant signifie qu'une légère corrélation entre *j* et *j'* n'influe que légèrement sur w'_{jd}, alors que les indicateurs fortement corrélés le réduisent considérablement.

Le poids final est obtenu comme le produit des deux composantes:

$w_j = w_{jd} . w'_{jd}$
(3.5)

3.2. Comparaison des systèmes de pondération de Cerioli et Zani (1990) et de Vero et Werquin (1997)

Supposons que pour chaque ménage on observe un vecteur K d'attributs (ou indicateur de privation), X_1, X_2, …X_i. Pour la simplicité de l'analyse nous avons choisi 6 individus et 3 attributs seulement. Comme on le remarque sur du tableau 2.1 les valeurs sont de 0 ou 1 c'est à dire qu'il s'agit d'indicateurs dichotomiques de conditions de vie. A noter que les indicateurs dichotomiques relèvent le plus souvent de la possession de certains biens durables et la fonction d'appartenance qui leur est associée est la plus simple. Naturellement, cette construction peut être élargie aux autres types d'indicateurs (monétaires ou subjectifs)

Tableau 3.1 : Dotations des 6 individus

	ATTRIBUTS		
INDIVIDUS	$\mu(X_1)$	$\mu(X_2)$	$\mu(X_3)$
Individu 1	0	1	1
Individu 2	1	1	1
Individu 3	0	1	1
Individu 4	0	0	0
Individu 5	0	1	1
Individu 6	1	0	0

Soulignons que la valeur 1 dénote la non possession par l'individu de l'indicateur ou de l'attribut. La valeur nulle dénotant le contraire.

Quelque soit le système de poids nous pouvons calculer la proportion des ménages pauvres selon chaque indicateur de privation ou d'attribut.

	ATTRIBUTS		
	$\mu(X_1)$	$\mu(X_2)$	$\mu(X_3)$
$\sum_{j=1}^{K} \mu(X_{ij})$	**2**	**4**	**4**
$f(X_i) = 1/n \sum_{j=1}^{K} \mu(X_{ij})$	**0.33**	**0.67**	**0.67**

où μ (X_{ij}) mesure la privation spécifique pour l'attribut j;

w_1,…w_k représente un système de poids;

$1/n \sum_{j=1}^{K} \mu(X_{ij})$ représente la proportion floue des ménages pauvres.

Pour chaque individu, nous pouvons calculer le degré d'appartenance $f_p(i)$ de chaque individu aux sous-ensembles flous des pauvres en utilisant l'équation 2.4 ce qui nous permettra de calculer l'indice générale de pauvreté *P* en utilisant l'équation 2.7.

En appliquons la spécification de Cerioli et Zani (1990) et la méthodologie de Vero et Werquin (1997) aux données initiaux, nous avons les résultats suivants figurant sur les tableaux 3.2 et 3.3 respectivement :

Tableau 3.2 : Spécification de Cerioli et Zani (1990) avec trois indicateurs

	$f_p(i)$
Individu 1	0,42
Individu 2	1,00
Individu 3	0,42
Individu 4	0,00
Individu 5	0,42
Individu 6	0,58

P = 0.47

Tableau 3.3 : Procédure de Vero et Werquin (1997) avec trois indicateurs

	$\mu(X_1)$	$\mu(X_2)$	$\mu(X_3)$	f_i	*Log(1/fi)*	$m_p(i)$	$f_p(i)$
Individu 1	0	1	1	0,67	0,41	0,10	**0,2**
Individu 2	1	1	1	0,17	1,79	0,44	**1,0**
Individu 3	0	1	1	0,67	0,41	0,10	**0,2**
Individu 4	0	0	0	1,00	0,00	0,00	**0,0**
Individu 5	0	1	1	0,67	0,41	0,10	**0,2**
Individu 6	1	0	0	0,33	1,10	0,27	**0,6**

P = 0.38

A partir de la procédure de Vero et Werquin (1997), si on enlève l'indicateur 3 qui apparaît clairement corrélé avec l'indicateur 2 nous obtenons le Tableau 3.4:

Tableau 3.4: Procédure de Vero et Werquin (1997) avec deux indicateurs

	$\mu(X_1)$	$\mu(X_2)$	f_i	*Log(1/fi)*	$m_p(i)$	$f_p(i)$
Individu 1	0	1	0,67	0,41	0,10	**0,2**
Individu 2	1	1	0,17	1,79	0,44	**1,0**
Individu 3	0	1	0,67	0,41	0,10	**0,2**
Individu 4	0	0	1,00	0,00	0,00	**0,0**
Individu 5	0	1	0,67	0,41	0,10	**0,2**
Individu 6	1	0	0,33	1,10	0,27	**0,6**

P = 0.38

Il semblerait donc d'après le tableau 3.3 que l'indicateur 2 et 3 reflète la même dimension. Cependant, avec cette approche, il y a absence de pondération de cette dimension puisque les résultats de calculs avec ou sans la variable redondante sont identiques. En revanche si on enlève la variable redondante mais en utilisant la procédure de Cerioli et Zani (1990) ou une tout autre procédure semblable à celles citées en haut, les résultats différent sensiblement. Le tableau 3.5 présente ce qui se passe avec la procédure de Cerioli et Zani (1990) après avoir enlevé la variable redondante.

Tableau 3.5 : Procédure de Cerioli et Zani (1990) ***sans l'indicateur 3***

	$f_p(i)$
Individu 1	***0,27***
Individu 2	***1,00***
Individu 3	***0,27***
Individu 4	***0,00***
Individu 5	***0,27***
Individu 6	***0,73***
P	***0.42***

Ce tableau montre à l'évidence que si les degrés d'appartenance obtenus en considérant les trois indicateurs étaient assez voisins entre l'individu 1 et l'individu 6 (0.42 contre 0.58), ce n'est plus le cas en éliminant la variable redondante. En effet, force est de constater les différences d'appréciation se sont creusés. Il y a manifestement une surestimation de la pauvreté de l'individu 1 – et des individus 3 et 5 aussi – et une sous-estimation de celle de l'individu 6.

Ainsi, il semblerait que la procédure de Vero et Werquin (1997) est préférable à la procédure de Cerioli et Zani (1990).

Même si la procédure de Vero et Werquin (1997) est meilleure car permettant de traiter de la corrélation entre indicateurs, elle reste néanmoins critiquable. Nous lui reprochons l'utilisation du *Min* et *Max*. celui-ci pose le problème de non-compensabilité des composants, qui entraîne une grosse perte de hiérarchisation. En effet, une même valeur de l'indicateur peut correspondre à des situations qui devraient pouvoir être hiérarchisées (Minvielle et Bry, 2003). Imaginons trois composants (C_1, C_2, C_3) et distinguant les situations suivantes:

- situation 1 : les deux triplets (C_1, C_2, C_3) suivant ont le même minimum *MinC*: (0,1,1) et (0, 0,1). Pourtant, les situations décrites sont fondamentalement différentes. En effet, en tenant du fait que 0 correspond pour un individu à une situation de non privation et 1 dans le cas contraire, la situation du second triplet est nettement préférable à celle du premier.

- situation 2 : les deux triplets (C_1, C_2, C_3) suivant ont le même minimum *MaxC*: (1,1,1) et (0, 0,1). Pourtant, les situations décrites sont fondamentalement différentes puisque la situation du second triplet est nettement préférable à celle du premier.

A noter que pareilles situations ne se posent pas dans le cas de la moyenne.

3.3. Proposition d'un autre système de poids pour mesurer la pauvreté

Le système de poids que nous proposons part du principe de la proposition de Cerioli et Zani (1990) pour lesquels un attribut aura un poids plus important quand beaucoup de ménages le posséderont, alors que la privation de cet attribut pour un ménage ou une personne signifiera que ce ménage ou cette personne est plus pauvre, au moins dans cet attribut.

D'un autre coté, il s'agit d'un système permettant de traiter de la corrélation entre les indicateurs d'une manière autre que celles présentées jusqu'ici.

Nous proposons de calculer les poids normalisés pour le j-ème attribut de la manière suivante:

$$w_j = \frac{f_j}{\sum_j f_j} * I_j$$

(3.6)

$$I_j > 0$$

où f_j est la proportions de ménages ne souffrant pas d'un manque vis-à-vis l'indicateur de privation. Elle représente ainsi la proportion de ménages possédant le $j^{\text{ème}}$ attribut;

I_j est une fonction permettant à la fois de donner plus de poids à l'indicateur le plus possédé par les ménages et de tenir compte de la corrélation pouvant exister entre les indicateurs. Elle prend les deux valeurs suivantes:

- pour l'attribut possédé par beaucoup des ménages et non corrélés, nous proposons le poids suivant:

$$w_j = \frac{f_j}{\sum_j f_j} * (1 + \frac{1}{n})$$

(3.7)

avec *n* le nombre d'indicateurs.

- pour les attributs corrélés :

$$w_j = \frac{f_j}{\sum_j f_j} * (1 - \frac{1}{n})$$

(3.8)

Par conséquent, le poids pour chaque attribut est fonction de la diffusion du bien ou de la pratique comparativement avec la diffusion du reste de biens ou de pratiques.

A noter que s'il y a absence de corrélation, il faut utiliser la fonction (3.7).

Si on utilise les données du tableau 3.1 avec le nouveau système de poids, nous avons les résultats suivants (tableau 3.6). Notons que la fonction d'appartenance et l'indice général utilisés sont ceux proposés par Cerioli et Zani (1990).

Tableau 3.6 : résultats de la fonction d'appartenance

	Calcul à partir de 3 indicateurs					***Calcul sans l'indicateur 2***		
	$\mu($	$\mu($	$\mu($	$f_p($		$\mu($	$\mu($	f_p
Individu 1	0	1	1	***0.33***		0	1	***0.33***

Individu 2	1	1	1	***1.00***		1	1	***1.00***
Individu 3	0	1	1	***0.33***		0	1	***0.33***
Individu 4	0	0	0	***0.00***		0	0	***0.00***
Individu 5	0	1	1	***0.33***		0	1	***0.33***
Individu 6	1	0	0	***0.67***		1	0	***0.67***
$\sum_{j=1}^{K}\mu(X_{ij}$	4	2	2			4	2	
$f(X_i) =$	4/6	2/6	2/6			4/6	2/6	
w_j	0.67	0.17	0.17			0.89	0.44	
P	***0.44***					***0.44***		

Il faut souligner que dans le cas de deux indicateurs (tableau de droite) les calculs sont réalisés avec n=3 pour tenir de la variable qui a été enlevée mais en revanche pour chaque indicateur, nous avons utilisés $w_j = \frac{f_j}{\sum_j f_j} * (1 + \frac{1}{n})$ puisqu'il n'existe plus de variables redondantes.

Nous pouvons raisonnablement penser que le système de poids que nous venons de proposer est meilleur que celui de Betti et Verma (1990) ou de Vero et Werquin (1997) tout en respectant le principe de Cerioli et Zani (1990) à savoir qu'un attribut aura un poids plus important quand beaucoup de ménages le posséderont, alors que la privation de cet attribut pour un ménage ou une personne signifiera que ce ménage ou cette personne est plus pauvre, au moins dans cet attribut.

Conclusion

Dans ce travail de recherche notre attention a porté sur la formulation de la fonction d'agrégation permettant de calculer le degré d'appartenance au sous-ensemble flou des pauvres. Nous avons été amenés à remodeler le système de pondération en sachant que ce n'est pas une tache facile. La pondération est en effet un exercice très délicat car il est extrêmement difficile de trouver des critères objectifs permettant d'attribuer un poids aux indicateurs de privation choisis. Cela suppose de répondre aux questions suivantes. Faut-il attribuer le même poids à tous les critères pour construire l'indice de pauvreté ou faut-il leur attribuer des poids différents, et si oui, comment?

Le système de poids que nous avons proposés part du principe de la proposition de Cerioli et Zani (1990) pour lesquels un attribut aura un poids plus important quand beaucoup de ménages le posséderont, alors que la privation de cet attribut pour un ménage ou une personne signifiera que ce ménage ou cette personne est plus pauvre, au moins dans cet attribut. Il tient aussi compte de la corrélation entre les indicateurs.

Références

Beitz, C.R. (1986), "Amartya Sen's Ressources, Values and Development", Economics and Philosophy, no. 2.

Benhabib, A., T. Ziani, S. Bettahar and Maliki S, (2007), "The Analysis of Poverty Dynamics in Algeria: A Multidimensional Approach", Topics in Middle Eastern and North African Economies, *electronic journal*, Vol. 9, Middle East Economic Association and Loyola University Chicago, March, 2007. HTTP://WWW.LUC.EDU/PUBLICATIONS/ACADEMIC/.

Betti, G., and Cheli, B. (2001), "Poverty dynamics in Great Britain, 1991–1997. A multidimentional , fuzzy and relative approach to analysis", Paper for the British Household Panel Survey Research Conference 2001, Colchester - UK

Betti, G., Cheli, B. (2000), Fuzzy analysis of poverty dynamics on Italian Pseudo Panel : New methodological proposals, *Proceedings of* the XL Meeting of the Italian Statistical Society (SIS), Florence, April 26-28.

Betti, G., Cheli, B., Lemmi, A. and V. Verma , (2008), "The fuzzy set approach to multidimensional poverty: the case of Italy in the 1990s," in Kakwani, N and J. Silber (ed) (2008) *Quantitative Approaches to Multidimensional Poverty Measurement*, Basingstoke : Palgrave Macmillan, (30-48).

Betti, G., and Verma, V. (1999), "Measuring the Degree of Poverty in a Dynamic and Comparative Context: a Multidimensional Approach Using Fuzzy Set Theory, Proceedings of the Sixth Islamic Countries Conference on Statistical Sciences ICCS-VI, Lahore (Pakistan), (289-301).

Brandolini, A. and D'Alessio, G. (2001), "Household Structure and Income Inequality", Luxemburg Income Study Working Paper, No., 254.

Cerioli, A. and Zani, S. (1990), "A fuzzy approach to the measurement of poverty", in Dagum, C. and Zenga, M. (eds), *Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty, Studies in Contemporary Economics*, *Springer Verlag*, Berlin, (272–84).

Chakravarty, S.R. (1983), "A New Index Of Poverty", *Mathematical Social Sciences*, Vol. 6, No. 3, (307-313).

Cheli, B., and Lemmi A. (1995), "A Totally Fuzzy and Relative Approach to the Multi-dimensional Analysis of Poverty ", *Economic Notes*, 1, (115-134).

Cheli, B., Ghellini, G., Lemmi, A. and Pannuzi (1994), "Measuring poverty in the countries in transition via TFR method: the case of Poland in 1990–1991", *Statistics in Transitio*n, Vol. 1, No. 5, (585–636).

Chiappero Martinetti, E. (1994), "A New Approach to Evaluation of Well-being and Poverty by Fuzzy Set Theory", Giornale degli Economistsi Annali di Economia, 53 (7-9), (367-388).

Chiappero Martinetti, E. (1996), "Standard of Living Evaluation based on Sen's Approach: Some Methodological Suggestions", in Balestrino and Carter (eds.), (47-53).

Chiappero Martinetti, E. (2000), "A Multidimensional Assessment of Well-being based on Sen's functioning approach", Societa italiana di economia pubblica.

Clark , D. and Hulme, D. (2010), "Poverty, time and vagueness: integrating the core poverty and chronic poverty frameworks ", *Camb. J. Econ*,Vol. 34, No. 2, (347-366).

Dagum, C., Gambassi, R. and Lemmi, A. (1992), 'New approaches to the measurement of poverty', in *Poverty Measurement for Economies in Transitio*n, Polish Statistical Association and Central Statistical Office, Warsaw, (201–226).

Fillipone, A., Cheli, B., D'Agostino A. (2001), "Addressing the Interpretation and the Aggregation Problems in Totally Fuzzy and Relative Poverty Measures", working papers of the Institute for Social and Economic Research, paper 2001-22. Colchester University of Essex.

Foster, J.E. and A.F. Shorrocks (1991). "Subgroup Consistent Poverty Indices, Econometrica, 59(3), (687-709).

Foster, J.E., Greer, J. and Thorbecke, E. (1984), "A class of decomposable poverty Measures", *Econometrica*, Vol. 52, No. 3, (761–766).

Mack, J. and Lansley, S. (1985), *Poor Britai*n, Allen and Unwin, London.

Mayer, S. E. and Jencks, C. (1989). "Poverty and the Distribution of Material Hardship", *Journal of Human Resources*, Vol. 24, No. 1, (88-114).

Miceli, D. (1998), Measuring poverty using fuzzy sets, Discussion Paper 38, National Centre for Social and Economic Modelling, Faculty of Management, University of Canberra.

Ngwane, A., Yadavalli, V. & Steffens, F., (2001), "Poverty in South Africa – a statistical analysis", *Development Southern Africa*, Vol. 18, No. 2, (201−215).

Minvielle, J.-P. and Bry, X. (2003), "Critique de l'Indicateur de Pauvreté Humaine du PNUD et proposition d'un Indice Synthétique de la Pauvreté Humaine (ISPH)", *Cahier du C3ED*, No. 03-02, février, 26 p.

Qizilbash, M., (2006) "Philosophical Accounts of Vagueness, Fuzzy Poverty Measures and Multidimensionality," in Lemmi, A. and G. Betti (ed.) *Fuzzy Set Approach to Multidimensional Poverty Measurement; Economic Studies in Inequality, Social Exclusion and Well-Being, Vol. 3* New York: Springer, (9-28).

Townsend, P., *Poverty in the United Kingdom*, Penguin Books, Middlese, 1979.

Vero, J. (2002), Mesurer la pauvreté à partir des concepts de biens premiers, de réalisation primaires et de capabilités de base : le rôle de l'espace d'information dans l'identification de la pauvreté des jeunes en phase d'insertion professionnelle, Thèse de Doctorat, EHESS d'Aix-Marseille, non publiée.

Vero, J. et Werquin (1997) "Un réexamen de la mesure de la pauvreté. Comment s'en sortent les jeunes en phases d'insertion? ", *Economie et Statistique*, No. 307-308-309.